

## Les groupes d'opérations permutables permettent-ils de pallier les incertitudes ?

Guillaume Pinot

Mél : guillaume.pinot@ircryn.ec-nantes.fr

**Résumé :** L'ordonnancement d'atelier est un domaine où des incertitudes s'expriment au moment de l'exécution en environnement réel. Pour pallier ces incertitudes, nous utilisons les groupes d'opérations permutables, qui permettent d'ajouter de la flexibilité sur les séquences d'opérations à effectuer. Pour montrer que cette méthode permet de résoudre en partie le problème des incertitudes, nous adaptons cette méthode à un cas réel et analysons les résultats avec et sans son utilisation.

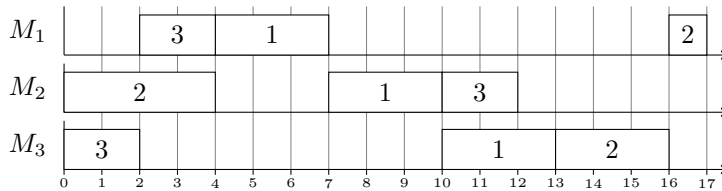
**Mots clés :** *Informatique, Système de production, ordonnancement, flexibilité, groupes d'opérations permutables, incertitudes, optimisation, application industrielle.*

## 1 Introduction

L'ordonnancement d'atelier a pour but d'organiser dans le temps la réalisation des opérations sur les machines en respectant certaines contraintes. Pour illustrer ceci, prenons de cas de l'atelier à chemine-  
 ments multiples, aussi appelé *job shop*. Pour plus d'informations sur l'ordonnancement d'atelier, voir [1].

$i$	$j$	$M_{i,j}$	$p_{i,j}$
1	1	1	3
1	2	2	3
1	3	3	3
2	1	2	4
2	2	3	3
2	3	1	1
3	1	3	2
3	2	1	2
3	3	2	2

(a) Un problème de *job shop*



(b) Un ordonnancement satisfaisant le problème figure 1a

FIG. 1: Exemple d'ordonnancement d'atelier de type *job shop*

Voyons le problème exposé figure 1a. Chaque opération est décrite par une ligne et est nommée par le couple  $i, j$ . Chaque opération utilise une machine ( $M_{i,j}$ ) pendant un temps donné ( $p_{i,j}$ ). Une machine ne peut effectuer qu'une opération à la fois. De plus, nous avons des contraintes de précédences entre les opérations : une opération  $i, j$  ne peut commencer qu'une fois l'opération  $i, (j - 1)$  terminée. Ainsi, l'opération 1, 3 doit être effectuée après l'opération 1, 2, qui doit elle même être effectuée après l'opération 1, 1.

Voyons une solution possible représenté sur la figure 1b. Le temps est représenté en abscisse, les machines sont en ordonnée. Chaque opération  $i, j$  est représentée par un rectangle de longueur  $p_{i,j}$ . Pour simplifier la notation, seul le  $i$  est écrit dans le rectangle. Nous pouvons visualiser sur cette solution que les contraintes sont bien respectées, notamment que les opérations respectent les contraintes de précédences et que les machines n'effectuent pas plusieurs opérations en même temps.

Un ordonnancement vise à satisfaire un ou plusieurs objectifs. Prenons comme exemple l'objectif de minimisation de la durée totale de l'ordonnancement, notée  $C_{\max}$ . La solution représenté par la figure 1b possède une qualité  $C_{\max} = 17$ .

Ce genre de problème est courant dans les ateliers de production travaillant à la commande et réalisant des produits différents (petite ou moyenne série). Par contre, dans la réalité, le problème n'est pas aussi déterministe que dans l'exemple présenté : des incertitudes peuvent être présentes, comme une opération qui dure plus longtemps que prévu ou un problème de transport de produit entre deux machines.

## 2 L'Ordonnement de groupes d'opérations permutables

L'ordonnement de groupes fut créé au LAAS-CNRS pour obtenir de la flexibilité séquentielle durant l'exécution de l'ordonnement tout en assurant une certaine qualité. La méthode ORABAID utilise cette technique d'ordonnement de groupes pour proposer une aide à la décision à l'ordonnement dans un but de robustesse. Pour une description complète de la méthode, le lecteur pourra consulter [2, 3]

Pour générer cette flexibilité, les « groupes d'opérations permutables » sont utilisés.

[4] définit un groupe d'opérations permutables comme un ensemble d'opérations qui seront exécutées successivement sur une même machine, dans un ordre qui n'est pas fixé à l'avance. Un ordonnancement de groupes est défini par une séquence de groupes (d'opérations permutables) sur chaque machine.

Un ordonnancement de groupes est dit admissible ou faisable si toute permutation des opérations au sein de chacun des groupes conduit à un ordonnancement satisfaisant toutes les contraintes du problème. Ainsi, un ordonnancement de groupes décrit de façon simple tout un ensemble d'ordonnements valides, sans avoir à les énumérer.

La qualité d'un ordonnancement de groupes est la qualité de l'ordonnement dans le pire des cas.

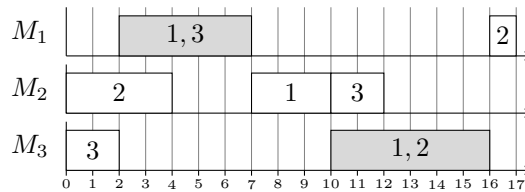


FIG. 2: Un ordonnancement de groupe satisfaisant le problème figure 1a

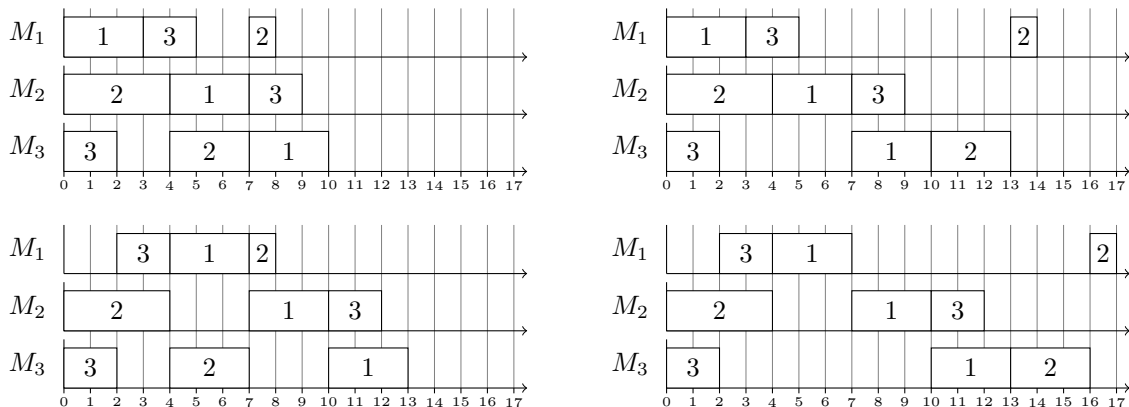


FIG. 3: Ordonnements semi-actifs définis par l'ordonnement de groupes de la figure 2

Pour illustrer ces définitions, étudions un exemple. La figure 2 représente un ordonnancement de groupes admissible résolvant le problème de la figure 1a. Il est constitué de sept groupes : deux groupes de deux opérations et cinq groupes d'une opération. Cet ordonnancement de groupes exprime quatre ordonnancements semi-actifs<sup>1</sup> correspondants (figure 3). On remarquera que ces ordonnancements ont des qualités différentes.

L'ordonnement de groupes possède une propriété intéressante : calculer la qualité d'un ordonnancement de groupes dans le pire des cas se fait en temps polynomial, ce qui veut dire que l'on peut calculer sans problème la qualité dans le pire des cas, même pour les ordonnancement de groupes de très grande taille, ce qui facilite grandement son utilisation dans des cas réels.

Cette méthode permet donc de décrire un ensemble d'ordonnement de manière implicite tout en garantissant une certaine qualité. Lors de l'exécution d'un tel ordonnancement, il est possible de choisir la séquence d'opérations adapté à l'état réel de l'atelier, ce qui devrait permettre de mieux prendre en compte les incertitudes. Mais en pratique, est-ce vraiment le cas ?

<sup>1</sup>Un ordonnancement semi-actif est un ordonnancement où l'on exécute les opérations au plus tôt. Pour une séquence d'opérations, il existe un unique ordonnancement semi-actif.

### 3 Adaptation de l'ordonnancement de groupes sur une chaîne de production

Nous avons à notre disposition un modèle de chaîne de production basé sur un système réel. Un schéma de cette chaîne est présenté figure 4.

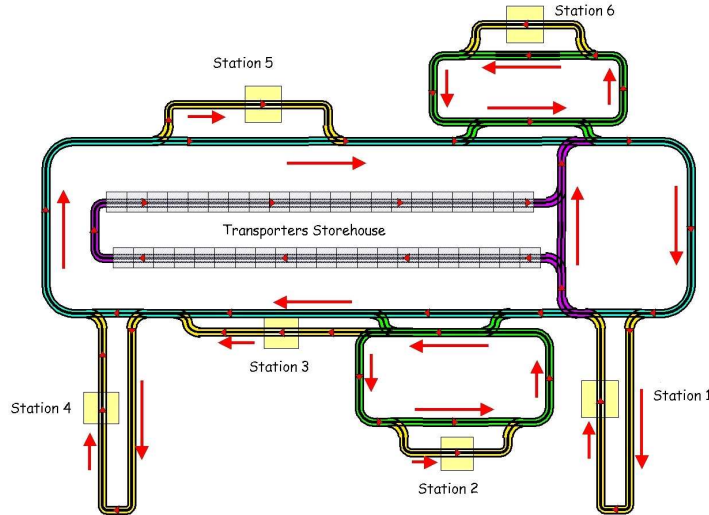


FIG. 4: Schéma de la chaîne de production

Les transporteurs de produits sont placés au début au centre de la chaîne. Ils se déplacent sur des tapis roulant dans le sens des flèches. Les tapis ont une vitesse constante et les transporteurs ne peuvent s'arrêter, sauf lorsqu'ils arrivent sur une station, où ils attendent leur tour de passage.

En pratique, un produit est placé sur le transporteur, et on doit réaliser sur ce produit différentes opérations dans un ordre fixé sur les stations. Nous avons donc ici un modèle de *job shop* avec des temps de transports.

Nous avons adapté l'ordonnancement de groupes sur cette chaîne de production. Chaque station tient à jour une liste des groupes d'opérations qu'elle doit effectuer. Lorsqu'une opération appartenant au groupe en cours d'exécution se propose à la station, elle l'accepte et la met dans la file d'opération à effectuer. Sinon, l'opération continue son chemin sur le convoyeur. Lorsque toutes les opérations d'un groupe ont été mises dans la file, la station passe au groupe suivant. Ainsi, on utilise bien un ordonnancement de groupes, les opérations au sein d'un groupe étant exécuté par ordre d'arrivée.

### 4 Expérimentations

Pour vérifier l'efficacité de l'ordonnancement de groupes pour ce système de production réel, nous avons effectué différentes mesures.

Nous avons pris un problème d'ordonnancement connu de la littérature nommé la14<sup>2</sup>. Cette instance du problème de *job shop* ne prend pas en compte les temps de transport présent sur la chaîne de production. Ces temps de transport seront les incertitudes de notre problème.

Nous comparons quatre exécutions différentes du même problème pour pouvoir faire des comparaisons :

**opt** : Un ordonnancement classique, qui est une solution optimale du problème la14. La qualité est  $C_{\max} = 1292$ . Pour l'exécuter sur notre chaîne, les séquences des opérations sur chaque machine doivent suivre les séquences de l'ordonnancement optimal.

**grp-opt** : Un ordonnancement de groupes possédant comme qualité dans le pire des cas la qualité optimale au problème la14. La qualité dans le pire des cas (et également dans le meilleur des cas) est  $C_{\max} = 1292$ .

<sup>2</sup>Voir <http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>

**grp-opt+7** : Un ordonnancement de groupes possédant comme qualité dans le pire des cas environ 1,07 fois la qualité optimale au problème la14. La qualité dans le pire des cas est  $C_{\max} = 1382$ . Cet ordonnancement de groupes possède plus de flexibilité que grp-opt.

**dyn** : une version totalement dynamique, reposant sur la règle « premier arrivé, premier servi ».

Méthode	opt	grp-opt	grp-opt+7	dyn
$v = \infty$	1292	1292	1292	1425
$v = 30$ cm/s	1708	1415	1523	1684

TAB. 1: Temps total d'ordonnancement des différentes méthodes en fonction de la vitesse du convoyeur

Les résultats sont disponibles dans le tableau 1.

Lorsque la vitesse est infinie (c'est à dire qu'il n'y a pas de temps de transport), on obtient la qualité optimale pour opt, grp-opt et grp-opt+7. Pour opt et grp-opt, cela est logique, par contre, pour grp-opt+7, ce n'est pas forcément le cas, vu que le pire des cas représenté par l'ordonnancement de groupes est de 1377. C'est grâce à la gestion du groupe en « premier arrivé, premier servi » que les opérations se sont réalisées au plus tôt, et ont ainsi permis d'obtenir la qualité optimale. On remarquera que ce résultat n'est absolument pas garantie. La version dynamique possède une moins bonne qualité, ce qui semble logique, vu qu'aucune optimisation n'a été réalisée.

À vitesse normale, les résultats deviennent intéressants. L'ordonnancement opt obtient la moins bonne qualité. Ce résultat peut s'expliquer : comme la séquence d'opération est forcée, la station n'accepte qu'une seule opération à la fois. Lorsqu'une opération candidate se propose à la station, mais que la station la refuse, cette opération ne se repropose qu'après avoir fait un tour complet du convoyeur. La station doit donc attendre longtemps que l'opération qu'elle veut traiter arrive à elle, ce qui donne cette dégradation de la performance. On remarque que la version dynamique obtient un meilleur résultat que la version opt, ce qui montre que la version opt est réellement inadaptée. Par contre, on se rend compte que les versions basés sur les groupes obtiennent les meilleurs résultats : grâce à la flexibilité séquentielle fournie par la méthode, on a pu éviter les transports inutiles présent dans la version opt, tout en utilisant l'optimisation pour obtenir un meilleur résultat que les autres méthodes.

Il en ressort donc que, pour ce cas réel, l'ordonnancement de groupes apporte un plus non négligeable dans la gestion des incertitudes : alors même que les temps de transport n'ont pas été utilisés dans le calcul des ordonnancements de groupes, les résultats sont de très bonne qualité.

## 5 Conclusion

Nous avons exposé la problématique de l'ordonnancement d'atelier et plus particulièrement la nature non déterministe du problème dans les cas réels.

Nous avons par la suite exposé l'ordonnancement de groupes, qui permet de fournir une flexibilité sur les séquences d'opérations d'une machine.

Nous avons adapté cette méthode à une chaîne de production réelle, et avons expérimenté cette méthode sur ce type de chaîne. L'ordonnancement de groupes semble intéressant pour ce type de problème.

Dans de futurs travaux, nous allons réaliser d'autres expérimentations pour déterminer les limites de la méthode.

## Références

- [1] Patrick Esquirol and Pierre Lopez. *L'ordonnancement*. Economica, Paris, 1999.
- [2] Carl Esswein, Jean-Charles Billaut, and Christian Artigues. Ordonnancement de groupes : une approche multicritère pour un apport de flexibilité séquentielle. In Jean-Charles Billaut, Aziz Moukrim, and Eric Sanlaville, editors, *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Traité IC2, pages 219–241. Hermes Science, Paris, décembre 2004.
- [3] Christian Artigues, Jean-Charles Billaut, and Carl Esswein. Maximization of solution flexibility for robust shop scheduling. *European Journal of Operational Research*, 165(2) :314–328, September 2005.
- [4] Carl Esswein. *Un apport de flexibilité séquentielle pour l'ordonnancement robuste*. Thèse de doctorat, Université François Rabelais Tours, 2003.